www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۲/ ۳/ ۱۳۸۸	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال تحصیلی ۱۳۸۸		اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http: //aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	با استفاده از اصل استقراء ریاضی ، ثابت کنید برای هر عدد طبیعی n داریم : $\frac{0}{1!}+\frac{1}{2!}+\frac{2}{3!}+\ldots+\frac{n-1}{n!}=1-\frac{1}{n!}$	۱/۵
۲	عبارت های زیر را در نظر بگیرید و دلیل درستی یا نادرستی هر یک را بنویسید . الف) اگر $x>1$ آنگاه داریم : $4-x^2<3$ ب) مکعب هر عدد فرد منهای یک ، عددی زوج است .	۱/۲۵
۳	اگر a, b, c سه عدد حقیقی باشند ، ثابت کنید که : $a^2+b^2\geq -4(a+b+2)$	۰/۷۵
۴	با استدلال برهان خلف ثابت کنید که اگر $\sqrt{3}$ عددی گنگ است ، $\sqrt{\sqrt{3}+2}$ نیز عددی گنگ است .	۱
۵	هفت نقطه درون شش ضلعی منتظمی به طول ضلع ۱ انتخاب می کنیم ، ثابت کنید فاصله دست کم دو تا از این نقطه ها از ۱ کمتر است .	۱
۶	با استفاده از جبر مجموعه ها ثابت کنید : $[A\cap(A-B)']\cup[B\cap(A'\cup B')]=B$	۱/۷۵
۷	قضیه دو شرطی زیر را ثابت کنید : $A\subseteq B$ و $B\subseteq A\Leftrightarrow A=B$	۱
۸	اگر $A_n=\left[\frac{-1}{n},\frac{2n-1}{n}\right]$ باشد ، ابتدا A_1 و A_2 را مشخص کرده سپس نمودار $A_1\times A_2$ را رسم کنید .	۱
۹	رابطه R در Z به صورت $x\ R\ y\Leftrightarrow 4\mid x-y$ تعریف شده است : الف) ثابت کنید R یک رابطه هم ارزی است . ب) کلاس های هم ارزی آن را مشخص کنید .	۱/۷۵
	« ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۲/ ۳/ ۱۳۸۸	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال تحصیلی ۱۳۸۸		اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http: //aee.medu.ir	

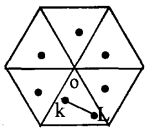
ردیف	سؤالات	نمره
۱۰	چهار سکه را با هم پرتاب می کنیم ، مطلوب است : الف) تعداد اعضای فضای نمونه ای این تجربه تصادفی . ب) پیشامد A که در آن حداقل سه بار رو بیاید . ج) پیشامد B که در آن فقط یک بار پشت بیاید . د) پیشامد $A-B$ را بیابید .	۲
۱۱	می خواهیم یک تیم سه نفری از ۱۰ دانش آموز رشته تجربی و ۶ دانش آموز در رشته ریاضی انتخاب کنیم ، مطلوب است احتمال آنکه : الف) هر سه نفر رشته ریاضی باشند . ب) دو نفر رشته تجربی و یک نفر رشته ریاضی باشند.	۱/۵
۱۲	تاسی به گونه ای ساخته شده که احتمال وقوع هر عدد اول ، سه برابر احتمال وقوع هر عدد غیر اول است ، اگر در پرتاب این تاس A پیشامد وقوع عدد کوچکتر از ۴ باشد ، احتمال وقوع پیشامد A را محاسبه کنید .	۱/۵
۱۳	اگر x, y دو عدد تصادفی از بازه حقیقی $[۰, ۲]$ باشند ، احتمال آن را بیابید که داشته باشیم : $۲ \le y + ۲x \le ۴$	۱/۵
۱۴	تاس سالمی را ۸ بار می اندازیم ، احتمال آن را حساب کنید که حداقل ۶ بار عددی فرد آمده باشد .	۱
۱۵	اگر A, B دو پیشامد از فضای نمونه S باشند و داشته باشیم : $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ و $P(B) = ۲P(A) = ۰/۸$ ، مطلوب است محاسبه $P(A' \cap B')$.	۱/۵
	« موفق باشید » جمع نمره	۲۰

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس :جبر و احتمال	رشته‌ی : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۲/ ۳/ ۱۳۸۸
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال تحصیلی ۱۳۸۸	اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http:// aee.medu.ir

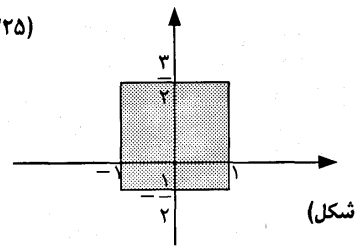
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$P(۱)=۰=۱-۱\Rightarrow ۰=۰$ (۰/۲۵) فرض استقراء $P(k)=\frac{۰}{۱!}+\frac{۱}{۲!}+...+\frac{k-۱}{k!}=۱-\frac{۱}{k!}$ (۰/۲۵) حکم استقراء $p(k+۱)=\frac{۰}{۱!}+\frac{۱}{۲!}+...+\frac{k-۱}{k!}+\frac{k}{(k+۱)!}=۱-\frac{۱}{(k+۱)!}$ (۰/۲۵) $p(k+۱)=۱-\frac{۱}{k!}+\frac{k}{(k+۱)!}=\frac{(k+۱)!-(k+۱)+k}{(k+۱)!}=\frac{(k+۱)!-۱}{(k+۱)!}=۱-\frac{۱}{(k+۱)!}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱/۵
۲	الف) درست $۴-x^۲<۳\Rightarrow ۱<x^۲\Rightarrow x>۱$ یا $x<-۱$ (۰/۵) ب) درست $x=۲k+۱\rightarrow (۲k+۱)^۳-۱=۸k^۳+۱۲k^۲+۶k+۱-۱=۲(۴k^۳+۶k^۲+۳k)=۲k'$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱/۲۵
۳	$a^۲+b^۲+۴(a+b+۲)\geq ۰\Leftrightarrow (a^۲+۴a+۴)+(b^۲+۴b+۴)\geq ۰\Leftrightarrow (a+۲)^۲+(b+۲)^۲\geq ۰$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) گزاره همواره درست و بر طبق استدلال برگشتی برقرار است .	۰/۷۵
۴	فرض خلف: $\sqrt{\sqrt{۳}+۲}\notin Q'\Rightarrow \sqrt{\sqrt{۳}+۲}=\frac{a}{b}\Rightarrow \sqrt{۳}+۲=\frac{a^۲}{b^۲}\Rightarrow \sqrt{۳}=\frac{a^۲}{b^۲}-۲\Rightarrow \sqrt{۳}=\frac{a^۲-۲b^۲}{b^۲}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) به تناقض رسیده ایم و همان حکم اولیه برقرار است . (۰/۲۵)	۱
۵	تعداد کبوترها = ۷ نقطه تعداد لانه ها = ۶ مثلث (۰/۲۵) بر طبق اصل لانه کبوتر (۰/۲۵) ، ($۶<۷$) یعنی حداقل دو نقطه وجود دارد که درون مثلثی قرار دارد . (۰/۲۵) $kL<OD\Rightarrow kL<۱$  (۰/۲۵)	۱
۶	$[A\cap(A\cap B')']\cup[B\cap(A'\cup B')]=$ $[A\cap(A'\cup B)]\cup[(B\cap A')\cup(B\cap B')]=$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) $[(A\cap A')\cup(A\cap B)]\cup(B\cap A')=$ $(A\cap B)\cup(B\cap A')=B\cap(A\cup A')=B\cap U=B$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱/۷۵
	« ادامه در صفحه ی دوم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس :جبر و احتمال	رشته‌ی : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۲/ ۳/ ۱۳۸۸
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال تحصیلی ۱۳۸۸	اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http:// aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۷	اثبات : اگر $A \subseteq B$ تمام اعضای A در B قرار دارند و اگر $B \subseteq A$ تمام اعضای B در A قرار دارند پس $A = B$. (۰/۵) ($A \subseteq B , B \subseteq A$ فرض ، $A = B$ حکم) اثبات : $\left.\begin{matrix} A \subseteq A \\ A = B \end{matrix}\right\} \Rightarrow A \subseteq B , B \subseteq A$ (۰/۵) ($A = B$ فرض ، $A \subseteq B , B \subseteq A$ حکم)	۱
۸	$A_1 = [-1,1]$ (۰/۲۵) ، $A_2 = [\frac{-1}{2}, \frac{3}{2}]$ (۰/۲۵)  (۰/۵ شکل)	۱
۹	الف) $(x\ R\ y) \Leftrightarrow x - y = 4k$ $(x\ R\ x) \Rightarrow x - x = 4k \Rightarrow 0 = 4k$ (۰/۲۵) رابطه بازتابی $(x\ R\ y) \Rightarrow (y\ R\ x)$ $x\ R\ y \Rightarrow x - y = 4k \Rightarrow y - x = -4k = 4(-k) = 4k'$ (۰/۲۵) رابطه تقارنی $(x\ R\ y), (y\ R\ z) \Rightarrow (x\ R\ z)$ $\left.\begin{matrix} xRy \Rightarrow x - y = 4k \\ yRz \Rightarrow y - z = 4k' \end{matrix}\right\} \Rightarrow x - z = 4(k + k') = 4k'' \Rightarrow (xRz)$ (۰/۵) رابطه تعدی هر سه خاصیت را دارد پس هم ارزی است . (۰/۲۵) ب) چهار کلاس هم ارزی $[0], [1], [2], [3]$ را دارد . (۰/۵)	۱/۷۵
۱۰	الف) $n(s) = 2^4 = 16$ (۰/۵) ب) $A = \{$(ر، ر، ر، ر) و (ر، پ، ر، ر) و (ر، ر، ر، پ) و (ر، ر، پ، ر) و (پ، ر، ر، ر)$\}$ (۰/۵) ج) $B = \{$(ر، پ، ر، ر) و (ر، ر، ر، پ) و (ر، ر، پ، ر) و (پ، ر، ر، ر)$\}$ (۰/۵) د) $A - B = \{$(ر، ر، ر، ر)$\}$ (۰/۵)	۲
۱۱	$n(s) = \binom{16}{3} = 560$ (۰/۲۵) الف) $P(A) = \frac{n(A)}{n(s)} = \frac{\binom{6}{3}}{\binom{16}{3}} = \frac{1}{28}$ (۰/۵) ، ب) $P(B) = \frac{\binom{10}{2}\binom{6}{1}}{\binom{16}{3}} = \frac{27}{56}$ (۰/۷۵)	۱/۵
	« ادامه در صفحه ی سوم»	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس :جبر و احتمال	رشته‌ی : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۲/ ۳/ ۱۳۸۸
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال تحصیلی ۱۳۸۸	اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http:// aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۲	$P(۲)=P(۳)=P(۵)=۳x \quad (۰/۲۵)$ $P(۱)=P(۴)+P(۶)=x \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow ۳x+۳x+۳x+x+x+x=۱\Rightarrow x=\frac{۱}{۱۲} \quad (۰/۵)$ $A=\{۱,۲,۳\}\rightarrow P(A)=x+۳x+۳x=۷x=\frac{۷}{۱۲} \quad (۰/۵)$	۱/۵
۱۳	$y+۲x=۲$ $y+۲x=۴$ (۰/۵ شکل) $P(A)=\frac{S_A}{S_S}=\frac{۴-(\frac{۲\times۱}{۲}+\frac{۲\times۱}{۲})}{۴}=\frac{۱}{۲} \quad (۰/۲۵)$ $(۰/۷۵)$	۱/۵
۱۴	$P(A)=\frac{\binom{۸}{۶}}{۲^۸}+\frac{\binom{۸}{۷}}{۲^۸}+\frac{\binom{۸}{۸}}{۲^۸}=\frac{۲۸}{۲۵۶}+\frac{۸}{۲۵۶}+\frac{۱}{۲۵۶}=\frac{۳۷}{۲۵۶} \quad (۰/۲۵)$ $(۰/۲۵) \quad (۰/۲۵) \quad (۰/۲۵)$	۱
۱۵	$P(A'\cap B')=P(A\cup B)'=۱-P(A\cup B)=$ $(۰/۲۵) \quad (۰/۲۵)$ $۱-[P(A)+P(B)-P(A\cap B)]=۱-[P(A)+P(B)-P(A)\times P(B)]=$ $(۰/۲۵) \quad (۰/۲۵)$ $۱-[۰/۴+۰/۸-۰/۳۲]=۱-۰/۸۸=۰/۱۲ \quad (۰/۲۵)$ $(۰/۲۵)$	۱/۵
	همکار محترم ضمن عرض خسته نباشید ، لطفاً به راه حل های صحیح دیگر هم به تناسب نمره منظور فرمایید .	
	جمع نمره	۲۰

www.alm.loxblog.com